

中信证券研究部

核心观点



马普凡

量化策略分析师
S1010520030001



赵文荣

首席量化与配置
分析师
S1010512070002



王兆宇

首席量化策略
分析师
S1010514080008



张依文

量化策略分析师
S1010517080004

由于原油期货负价格的突发状况出现，CME 临时将原油期货期权的定价模型切换为 Bachelier 模型。本报告介绍了 Bachelier 期权定价模型及其与传统 BS/BSM 模型的异同，其主要差异在于 Bachelier 资产价格服从算术布朗运动，资产价格有一定机会取到负值，因此在资产价格为负的情况下也可以对期权进行定价。通过 Bachelier 模型和传统 BS 模型在国内商品期权上计算隐含波动率可以发现结果较为相似，在极端情况下 Bachelier 模型可以作为传统 BS 模型的短期替代。

投资聚焦：负期货价格引发期权定价模型讨论。2020 年 4 月 20 日，WTI 原油 5 月期货合约价格跌破 0 值，收于-37.63 美元/桶，历史首次出现“负油价”。4 月 21 日，为应对原油期货合约价格为负的情况，CME 将原油期货期权的定价模型切换为 Bachelier 模型，并上线“负行权价”的期权合约。其实早在 4 月 8 日，CME 便发布了一份公告以应对持续下跌并可能跌至负值的能源价格，公告声明“当任何月份的 WTI 原油期货结算价低于 8 美元/桶时，CME 将调整所有原油期货相关的期权合约定价模型，由原有的定价模型调整为 Bachelier 模型以应对可能跌至 0 甚至负值的标的价格”。本报告将对 Bachelier 模型和当前主流的 BSM 模型进行介绍，并对比二者的异同。

Bachelier 模型：第一个期权定价模型。1900 年，Bachelier 在他的博士论文《投机理论》中提出了最早的期权定价模型，论文也首次给出了期权的到期损益图。Bachelier 开创性地用布朗运动来描述股票价格变化，即假设股票价格变化服从正态分布。

BSM 模型和 Bachelier 模型的对比：Bachelier 模型的基本假设包含了标的价格为负的情况。Bachelier 模型要求资产价格围绕其真实价格变动，即资产价格的 SDE 中不存在漂移项，而 BSM 模型中存在漂移项。Bachelier 模型中的资产价格服从算术布朗运动，即标的资产价格服从正态分布，资产价格有一定概率取到负值；而 BSM 模型中资产价格服从几何布朗运动，即标的资产价格服从对数正态分布，资产价格一定为正。

Bachelier 模型定价有效性验证：可作为传统 BS 模型的短期替代。尝试利用 Bachelier 模型和 BS 模型计算隐含波动率。虽然郑商所的期权行权方式均为美式期权，但考虑到美式结果和欧式结果相差较小（从 BAW 模型和 BS 模型的差距可以看出），本文仍使用欧式模型进行计算。从计算结果上看，在平值期权上计算，两种模型计算出的结果基本较为相似。但由于计算时需要使用价格波动除标的价格得到波动率，在行权价和标的资产价格相差比较远的时候，Bachelier 模型可能因为计算时分母的差异使得计算出的波动率相比平值时有更大的偏差。

风险因素：本文仅做理论的模型讨论，且数学模型仅起到描述衍生品价格的作用，并非提供投资建议。

目录

投资聚焦	1
Bachelier 模型：第一个期权定价模型	1
Bachelier 模型的背景及特点	1
模型的理论推导	2
Black-Scholes-Merton 模型：当代主流期权模型	3
BSM 模型和 Bachelier 模型的对比	4
模型相同点	4
模型不同点	4
两个模型的定价差异	5
Bachelier 模型定价有效性验证：可作为传统 BS 模型的短期替代	6
风险因素	9

插图目录

图 1：白糖期货贴水长期存在	6
图 2：白糖期权隐含波动率计算	8
图 3：棉花期权主力合约隐含波动率计算	9
图 4：甲醇期权主力合约隐含波动率计算	9
图 5：菜籽粕期权主力合约隐含波动率计算	9
图 6：PTA 期权主力合约隐含波动率计算	9

表格目录

表 1：白糖交割费用	7
表 2：国内市场上市期货期权合约列表	7

■ 投资聚焦

2020年4月20日，WTI原油5月期货合约价格跌破0值，收于-37.63美元/桶，历史首次出现“负油价”。4月21日，为应对原油期货合约价格为负的情况，CME将原油期货期权的定价模型切换为Bachelier模型，并上线“负行权价”的期权合约。其实早在4月8日，CME便发布了一份公告以应对持续下跌并可能跌至负值的能源价格，公告声明“当任何月份的WTI原油期货结算价低于8美元/桶时，CME将调整所有原油期货相关的期权合约定价模型，由原有的定价模型调整为Bachelier模型以应对可能跌至0甚至负值的标的价格”。本报告将对Bachelier模型和当前主流的BSM模型进行介绍，并对比二者的异同。

■ Bachelier模型：第一个期权定价模型

Bachelier模型的背景及特点

1900年，Bachelier在他的博士论文《投机理论》中提出了最早的期权定价模型，论文也首次给出了期权的到期损益图。Bachelier开创性地用布朗运动来描述股票价格变化，即假设股票价格变化服从正态分布，他在论文中给出了布朗运动的数学理论，比爱因斯坦将布朗运动用于物理学研究还要早5年时间。布朗运动的特性是独立增量、增量服从正态分布且均值为0、方差与时间长度成正比，Bachelier用布朗运动来刻画股票价格变化的思想与后来的有效市场假说不谋而合。

Bachelier不仅提出了期权定价的理论模型，还根据当时的法国市场数据进行了实证检验，市场实际价格与理论价格非常吻合，反映了该模型在当时法国市场的适用性。

Bachelier卓越的工作在当时并未受到主流学术界的认可，直到1965年，他的这篇论文才被著名经济学家保罗·萨缪尔森（Paul Samuelson）发现，Samuelson把“标的价格服从正态分布”修改为“标的价格服从对数正态分布”，此后Black和Scholes在Samuelson模型的基础上提出了著名的BS模型。

Bachelier模型最基本的原理是“市场上投机者的数学期望为0”，他在研究以“息票”为标的资产的欧式期权定价过程中，假定：

- (1) 市场是流动的，并且标的资产的价格连续变化；
- (2) 标的资产价格在其“真实价格”附近波动（如“息票”价格在其面值附近波动），因此价格的绝对变动和相对变动基本上仅存在数量级的差距，他所谓的“真实价格”在如今的含义其实是远期价格；
- (3) 标的资产价格的波动率相对较小（根据Bachelier论文中的数据，面值100法郎的“息票”价格一年的标准差约为2.4法郎，相当于BS模型中的 σ 等于2.4%）。

Bachelier 模型与现代 BSM 模型的主要区别在于：(1) 基本假设中包含了标的资产为负的情况，但这在 20 世纪中期来说是不符合常理的，因此 Samuelson 转用几何布朗运动来刻画标的资产价格变化；(2) 假设价格变动的期望是 0，即未来的价格总是随着当前价格而波动，在推导定价公式时没有从无套利角度和动态对冲来考虑；(3) 忽略了时间价值且假定真实世界中的标的价格的 SDE 就是风险中性世界中的 SDE。

考虑到 Bachelier 模型允许标的价格取负值，因此在以下场景该模型较为适用：

(1) 在日本、欧洲、美国等利率极低甚至为负的背景下，Bachelier 模型可用于对利率相关的衍生品进行定价；

(2) 对于需要存储费的能源类商品而言，商品价格有可能跌至负数，此时 Bachelier 模型可用于对相关衍生品进行定价，例如在今年 4 月发生“负油价”事件后，CME 便将相关期权的定价模型切换为 Bachelier 模型。

模型的理论推导

Bachelier 在推导期权定价公式时，并未使用如今的无套利原理和风险对冲原理，本节只是采用了 Bachelier 对资产价格变化的假设，并未严格按照 Bachelier 的论文进行推导，而是使用了现代的无套利原理和风险对冲原理来进行推导。本节介绍的模型假定标的资产价格服从算术布朗运动，比 Bachelier 模型更具一般性，Bachelier 模型为本节模型中的一种特例。

假定标的资产价格遵循如下的随机微分方程 (SDE)：

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma dW_t^P$$

其中 μ 和 σ 是常数， W_t^P 代表真实概率测度下的布朗运动，即 S_t 遵循 Ornstein-Uhlenbeck 过程。同时，无风险资产 (bond) 的价格满足：

$$\frac{dP(t, T)}{P(t, T)} = r dt, \quad P(T, T) = 1$$

$P(t, T)$ 是 T 时刻到期的无风险资产在 t 时刻的价格，利率 r (连续复利) 假定为常数。假定标的资产支付的股息率为 q，如标的为商品型资产，q 则代表“持有现货带来的便利收益率减去存储费率”。

在风险中性世界中，标的资产价格将遵循如下的随机微分方程 (SDE)：

$$dS_t = (r - q) S_t dt + \sigma dW_t^Q$$

根据风险中性定价原理，在 T 时刻到期的欧式或有权益 (如欧式期权) 的定价公式为：

$$f_t = e^{-r(T-t)} E_t^Q [f(S_T)]$$

因此定价问题转化为在风险中性测度下找到随机变量 S_T 的分布，再根据分布求上式的期望即可对或有权益进行定价。

以欧式看涨期权为例， $f(S_T) = \max(S_T - K, 0) = (S_T - K)^+$ ，那么：

$$c_t = e^{-r(T-t)} E_t^Q [(S_T - K)^+]$$

在风险中性测度下，对 $e^{-(r-q)t} S_t$ 使用伊藤引理，可得到：

$$S_T = S_t e^{(r-q)(T-t)} + \sigma e^{(r-q)(T-t)} \int_0^{T-t} e^{-(r-q)s} dW_s^Q$$

由上式可知 S_T 满足正态分布，且：

$$m = E_t^Q(S_T) = S_t e^{(r-q)(T-t)}$$

$$v^2 = \text{Var}_t^Q(S_T) = \sigma^2 \frac{e^{2(r-q)(T-t)} - 1}{2(r-q)}$$

因此欧式看涨期权价格为：

$$c_t = e^{-r(T-t)} \int_{\frac{K-m}{v}}^{+\infty} (m + vx - K) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$= e^{-r(T-t)} [(S_t e^{(r-q)(T-t)} - K) \times \Phi(d) + v \times \phi(d)]$$

其中 $d = \frac{S_t e^{(r-q)(T-t)} - K}{v}$ ， $\Phi(\cdot)$ 是标准正态分布的累积概率密度函数， $\phi(\cdot)$ 是标准正态分布的概率密度函数。

如果令 $r = q = 0$ ，则可得到原始的 Bachelier 模型，此时：

$$c_t = (S_t - K) \times \Phi\left(\frac{S_t - K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) + \sigma\sqrt{T-t} \times \phi\left(\frac{S_t - K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

在 Bachelier 当时所处的法国市场上，期权的价格是固定的，变化的是行权价 K ，这与现代期权有一些不同，在当时需要的定价公式其实是根据上式由期权价格反解出行权价 K ，但无论是 Bachelier 模型还是 BSM 模型， K 都不存在显示解，Bachelier 在当时是使用了一个近似解来估计行权价 K ，在计算机还未普及的时代非常适用。

Black-Scholes-Merton 模型：当代主流期权模型

BSM 模型背后的基本原理是无套利原理和风险对冲原理，模型假定标的资产价格遵循几何布朗运动，即标的价格服从对数正态分布，也意味着标的价格一定为正。

在 BSM 模型中，假设标的资产价格遵循几何布朗运动，即：

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t^P$$

同样的，在风险中性测度下，标的资产价格的变化满足以下 SDE：

$$dS_t = (r - q) S_t dt + \sigma S_t dW_t^Q$$

根据风险中性定价原理，欧式看涨期权的价格为：

$$\begin{aligned}
 c_t &= e^{-r(T-t)} E_t^Q [(S_T - K)^+] \\
 &= S_t e^{-q(T-t)} \Phi(d_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(d_2)
 \end{aligned}$$

$$\text{其中, } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - q + \frac{\sigma^2}{2})(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

BSM 模型和 Bachelier 模型的对比

模型相同点

(1) 两个模型对市场的假设基本一致。Bachelier 模型中假设的“流动市场”实际上是我们现在“有效市场”通俗表达形式，并且“投机者数学期望为 0”这一原理与无套利原理不谋而合。

(2) 两模型均要求标的资产价格连续变化。

(3) 两模型对标准差、剩余期限具有相同的单调性，标准差越大、剩余期限越长，期权的价格就越贵。

(4) 只要 σ 和 T 取值合理，两个模型的期权定价公式差别很小（根据 Bachelier 原始论文中对 σ 和 T 的取值，两模型定价的差别很小）。对平值期权，如果令 $r=0$ ，那么二者的波动率满足 $\sigma^B \approx \sigma^{BS} S_t$ 。如果根据 Bachelier 当时的市场环境， $\sigma^{BS} = 2.4\%$ ， $T = 1/6$ ，两个模型期权定价之差为 10^{-6} 数量级。

模型不同点

(1) Bachelier 模型要求资产价格围绕其真实价格变动，即资产价格的 SDE 中不存在漂移项，而 BSM 模型中存在漂移项。

(2) Bachelier 模型中的资产价格服从算术布朗运动，即标的资产价格服从正态分布，资产价格有一定概率取到负值；而 BSM 模型中资产价格服从几何布朗运动，即标的资产价格服从对数正态分布，资产价格一定为正。对于股票而言，上市公司存在破产的可能性，因此股票有可能跌至 0，算术布朗运动可以很好地应对这种情况并且还可以给出违约破产的概率，此外，利率、spread 等数据是有可能取到负值的，对这类衍生品定价时无法使用 BSM 模型。

(3) Bachelier 模型中的波动率是标的资产价格的波动率，是绝对数目的概念，而 BSM 模型中的波动率可以理解为资产收益率的波动率，是相对比率的概念。在 Bachelier 的时代，标的资产价格的波动率非常小，约等于 BSM 模型中波动率取 2.4%，如今资产收益率的波动率远远大于此值，以 A 股为例，宽基指数收益率的长期波动率约为 20%。

(4) Bachelier 模型的推导与 BSM 模型的推导不同，Bachelier 原始的推导相当于是不考虑时间价值、在风险中性的世界中进行推导的。

(5) Bachelier 模型假设资产价格服从算术布朗运动，当存在多个风险因子时，在算术布朗运动的假设下可以直接将多个风险项相加整合成一个单一风险源的模型，相加后资产价格仍然满足正态分布；而对于 BSM 模型中所假设的几何布朗运动而言，处理多个风险因子时则会比较困难，相加后资产价格不一定满足对数正态分布，无法得出显示解。对于单个股票而言，从公司角度分析，必然不止存在一个风险源，考虑多个风险因子可以更好地刻画股票价格变动。

$$\text{算术布朗运动: } dS_t = \mu(S_t, t) dt + \sum_{i=1}^N \sigma_i(t) dW_i \quad (\text{正态分布})$$

$$\text{几何布朗运动: } dS_t = \mu(S_t, t) dt + \sum_{i=1}^N \sigma_i(t) S_t dW_i \quad (\text{未知分布})$$

(6) 与多个风险因子的情形类似，如果需要对多个资产进行组合，算术布朗运动可以直接相加得到组合价格所满足的 SDE，且组合价格仍然满足正态分布；而使用几何布朗运动来处理则非常困难。因此，对于以组合为标的的衍生品而言，使用算术布朗运动来定价会更加容易。

两个模型的定价差异

对平值期权而言，Bachelier 模型与 BSM 模型的误差其实非常小。对于 $S_t = K$ 的平值期权，假设 $\sigma^{BS} = \sigma$ 为 BSM 模型中的波动率， $\sigma^B = \sigma S_t$ 为 Bachelier 模型中的波动率， c_t^{BS} 和 c_t^B 分别为 BSM 模型和 Bachelier 模型所计算出来的欧式看涨期权在当前 t 时刻的价格，那么以下条件一定成立：

$$0 \leq c_t^B - c_t^{BS} \leq \frac{S}{12\sqrt{2\pi}} (\sigma\sqrt{T-t})^3$$

$$\frac{c_t^B - c_t^{BS}}{c_t^B} \leq \frac{T-t}{12} \sigma^2$$

此外，如果固定平值期权的价格为 c_t ，且满足 $0 < c_t < S_t$ ，那么根据 BSM 模型和 Bachelier 模型计算出来的隐含波动率将满足以下关系：

$$0 \leq \sigma^{BS} - \frac{\sigma^B}{S_t} \leq \frac{T-t}{12} (\sigma^{BS})^3$$

如果取 $T-t = 1/12$ ， $\sigma = 20\%$ ，那么对于平值期权而言，BSM 模型和 Bachelier 模型所计算出的欧式看涨期权价格差距以及反解出来的隐含波动率差距近似满足：

$$0 \leq \frac{c_t^B - c_t^{BS}}{c_t^B} \leq 0.028\%$$

$$0 \leq \sigma^{BS} - \frac{\sigma^B}{S_t} \leq 0.0056\%$$

由此可见，两个定价模型在平值期权的定价以及隐含波动率估计上差距较小，均控制在理想范围内，当 BSM 模型完全失效时（标的价格为负），使用 Bachelier 模型是一个非常好的替代。

更一般的, Cox 和 Ross 提出了方差弹性常数模型(The Constant of Variance Model) 或成为 CEV 模型。

CEV 模型假设股价服从如下的随机过程:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t^\beta dW_t^P$$

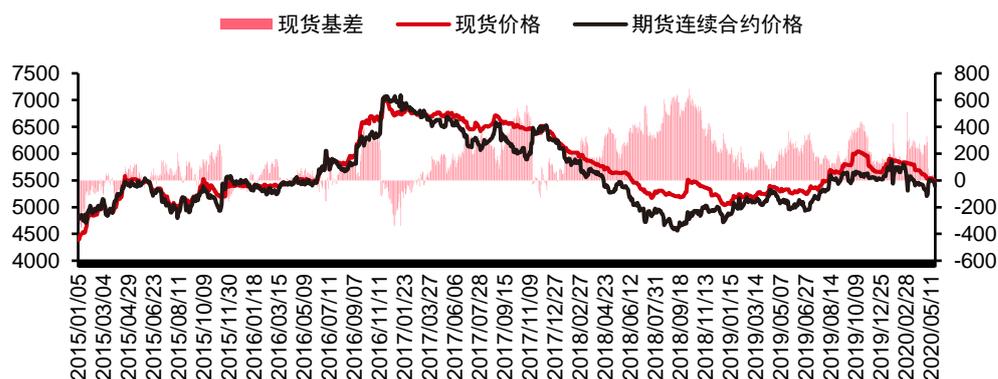
这里 β 处于 0 到 2 之间。可以将 BS 模型及 Bachelier 模型均看成是 CEV 模型的特例。当 β 等于 0 时 CEV 模型即为 Bachelier 模型的形式。当 β 为 1 时, 即为 BS 模型的形式。

■ Bachelier 模型定价有效性验证：可作为传统 BS 模型的短期替代

通过上文分析, 可以知道 Bachelier 模型可以做为期权定价的方式, 而定价的原理和传统的 BS 模型相似。本章主要来对 Bachelier 模型定价效果做实际的验证。我们知道, 股票资产由于良好的流动性和永续的交易及退市预警制度, 不会有负价格的存在。因此, Bachelier 模型在期货期权上更加实用, 正如原油期货, 由于特殊的国际形势及需求造成负油价的产生。

不同于金融期货, 商品期货有时由于存储成本及交割成本的存在, 可能长期会处于贴水的状态, 且贴水有可能在交割日不会收敛。以白糖期货为例, 白糖期货在长期贴水的状态。可以简单计算白糖交割所需要的费用。

图 1: 白糖期货贴水长期存在



资料来源: Wind, 中信证券研究部

白糖期货的报价是元每吨, 如果计算交割费用加总。交割费用主要由仓储费用及入库出库费用组成。根据不同的入库出库方式, 成本会存在差异。但从基差来看, 长期基差存在于 50~200 元之间。当商品价格在极端情况下下降较多时, 商品的交割成本或许会成为导致商品交易为负价格的原因。已当前白糖价格来看相比之下成本占比很小, 因此这里不做此类负价格相关假设, 仅以市场交易数据测算模型的计算结果。

表 1：白糖交割费用

项目	费用			
交割手续费	0.5 元/吨			
仓单转让、期权手续费	0.5 元/吨			
仓储费用	0.5 元/吨·天			
入库检验费	项目	费用（元/样）		
	蔗糖分	101		
	还原糖分	91		
	电导灰心	64		
	干燥失重	73		
	色值	109		
	浑浊度	64		
	不溶于水杂质	83		
	入库全项目理化指标检验收费 450/样			
	单向复检执行以上收费标准，单项合计 585 元/样品			
出入库费用	入库	根据入库仓库不同、运输方式不同而不同，具体见交易所公告		
	出库	汽车	火车	
		广西区仓库	其他地区仓库	35 元/吨
		12 元/吨	15 元/吨	
采用集装箱出库的在以上费用基础上加收 3 元/吨的装箱费				

资料来源：郑商所官网，中信证券研究部

这里计算仅以看涨期权为例，期货期权（看涨期权）的 BS 模型定价公式如下：

$$c = e^{-r(T-t)}(F_0\Phi(d_1) + K\Phi(d_2))$$

$$\text{其中, } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F_0}{K}\right) + \left(\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

Bachelier 模型我们这里使用原始形式计算：

$$c_t = (F_0 - K) \times \Phi\left(\frac{F_0 - K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) + \sigma\sqrt{T-t} \times \phi\left(\frac{F_0 - K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

但需要注意的是，不同于 Bachelier 模型，BS 模型刻画的是标的资产收益率的波动率，而 Bachelier 模型中的 σ 值则是资产价格的波动。因此，为了使得计算出的隐含波动率保持一致可比，在使用 Bachelier 模型计算波动率时，需要用 σ 值除以期货的价格，这样计算出的波动率才与 BS 模型中的波动率具有相同含义。

表 2：国内市场上市期货期权合约列表

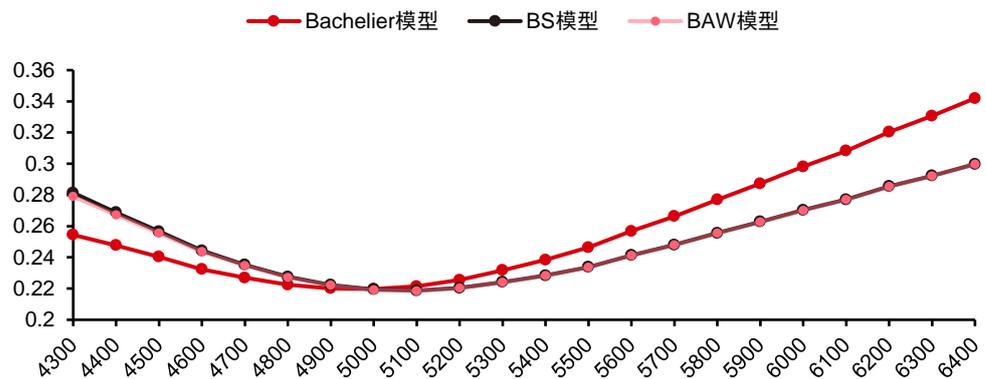
品种名称	上市交易所	标的合约代码	上市日期	期货成交	期权成交:张	主力合约
铜期权	上海期货交易所	CU.SHF	2018-9-21	75,387	17017	CU2007.SHF
黄金期权	上海期货交易所	AU.SHF	2019-12-20	120,787	15636	AU2012.SHF
天胶期权	上海期货交易所	RU.SHF	2019-1-28	209,449	2888	RU2009.SHF
棉花期权	郑州商品交易所	CF.CZC	2019-1-28	404,808	11142	CF009.CZC
甲醇期权	郑州商品交易所	MA.CZC	2019-12-16	1,317,713	20325	MA009.CZC
菜籽粕期权	郑州商品交易所	RM.CZC	2020-1-16	356,624	10440	RM009.CZC
白糖期权	郑州商品交易所	SR.CZC	2017-4-19	547,211	37513	SR009.CZC

品种名称	上市交易所	标的合约代码	上市日期	期货成交	期权成交:张	主力合约
PTA 期权	郑州商品交易所	TA.CZC	2019-12-16	1,253,409	31153	TA009.CZC
玉米期权	大连商品交易所	C.DCE	2019-1-28	505,393	29579	C2009.DCE
铁矿石期权	大连商品交易所	I.DCE	2019-12-9	1,048,086	41377	I2009.DCE
豆粕期权	大连商品交易所	M.DCE	2017-3-31	560,501	77710	M2009.DCE
液化石油气期权	大连商品交易所	PG.DCE	2020-3-30	338,202	2177	PG2011.DCE

资料来源：期货业协会，Wind，中信证券研究部

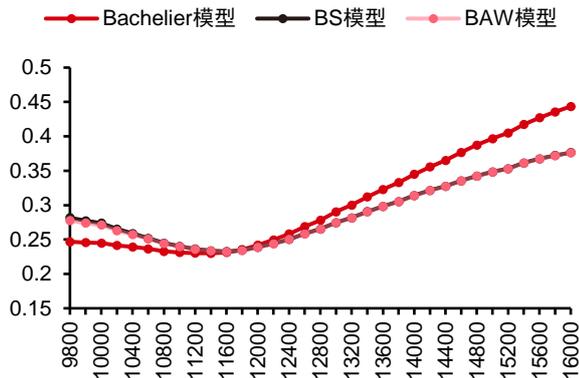
我们的计算以郑商所的商品为例，选择主力合约的期权合约。期权定价模型最主要的作用之一即是计算标的的隐含波动率，以此判断期权的估值高低。上文给出的 BS 模型和 Bachelier 模型均为欧式期权定价模型，BAW 模型基于 BS 模型的计算结果给出了美式期权价格的近似解（证明过程及相关公式不在此赘述）。郑商所的商品期权均为美式期权，我们分别用 BAW 模型、BS 模型、Bachelier 模型对期权的隐含波动率进行计算。从 BS 模型和 BAW 模型的计算结果中可以发现，美式与欧式的差距很小，虽然我们并未给出 Bachelier 模型所对应的美式期权定价模型，但即使是欧式 Bachelier 模型，计算结果与 BAW 模型和 BS 模型的差距也并不大，因此可以推测 Bachelier 模型是 BS/BAW 模型很好的一个替代。

图 2：白糖期权隐含波动率计算



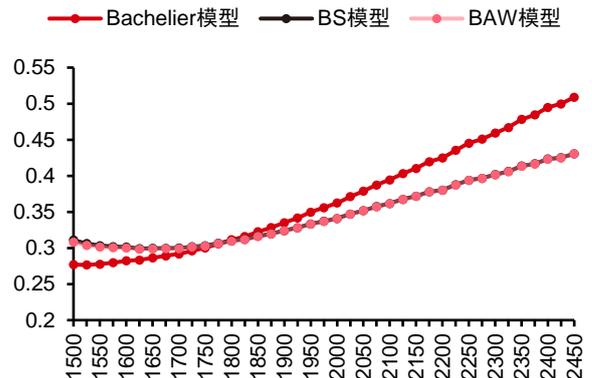
资料来源：Wind，中信证券研究部

图 3：棉花期权主力合约隐含波动率计算



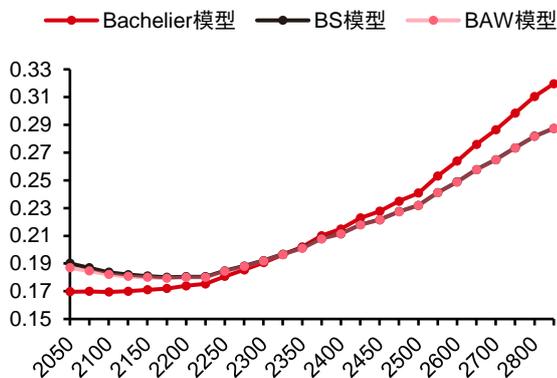
资料来源：Wind，中信证券研究部

图 4：甲醇期权主力合约隐含波动率计算



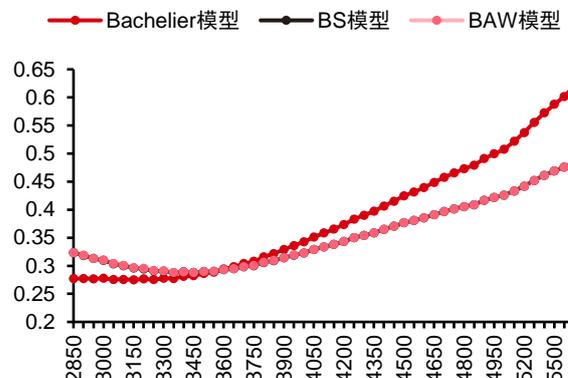
资料来源：Wind，中信证券研究部

图 5：菜籽粕期权主力合约隐含波动率计算



资料来源：Wind，中信证券研究部

图 6：PTA 期权主力合约隐含波动率计算



资料来源：Wind，中信证券研究部

首先我们在郑商所的期权上分别使用 BS 模型和 BAW 模型计算了隐含波动率，从结果上看基本不存在差异，两条曲线几乎重叠。从计算结果上看，在平值期权上计算，Bachelier 模型与 BS/BAW 计算出的结果基本较为相似。但由于计算时需要使用价格波动除标的价格得到波动率，在行权价和标的资产价格相差比较远的时候，Bachelier 模型可能因为计算时分母的差异使得计算出的波动率相比平时时有更大偏差。

■ 风险因素

本文仅做理论的模型讨论，且数学模型仅起到描述衍生品价格的作用，并非提供投资建议。

■ 相关研究

- 期权系列专题研究—期权风险预警指标与波动率相对价值交易策略 (2020-04-23)
- 期权系列专题研究—基于期权复制现货的期现套利方法研究 (2020-04-21)
- 期权系列专题研究—期权波动率交易基本原理与分析方法 (2020-04-21)
- 2020Q1 股票期权市场盘点与展望--沪深 300 ETF 期权地位提升, 隐含波动率有望回落 (2020-04-21)
- 期权系列专题研究--海外保险公司使用期权对冲的策略与经验 (第二版) (2020-04-20)
- 海外衍生品市场专题研究--解析香港衍生品市场 (2020-04-20)
- 期权系列专题研究--市场参数变动对欧式期权杠杆率和保证金的影响 (2020-04-13)
- 股票期权市场 2019 年度盘点--50 期权稳中有进, 300 期权促进市场立体化发展 (2020-02-12)
- 市场热点量化解析系列第 24 期—沪深 300 系列期权上市首周运行盘点 (2019-12-30)
- 市场热点量化解析系列第 23 期--沪深 300 期权上市相关规则与热点问题梳理 (2019-12-24)
- 市场热点量化解析系列第 22 期—期权扩容的市场影响及相关情况分析 (2019-11-10)
- 指数研究与指数化投资系列—期权策略指数编制方案与应用分析 (2019-05-31)

分析师声明

主要负责撰写本研究报告全部或部分内容的分析师在此声明：(i) 本研究报告所表述的任何观点均精准地反映了上述每位分析师个人对标的证券和发行人的看法；(ii) 该分析师所得报酬的任何组成部分无论是在过去、现在及将来均不会直接或间接地与研究报告所表述的具体建议或观点相联系。

评级说明

投资建议的评级标准		评级	说明
报告中投资建议所涉及的评级分为股票评级和行业评级（另有说明的除外）。评级标准为报告发布日后6到12个月内的相对市场表现，也即：以报告发布日后的6到12个月内的公司股价（或行业指数）相对同期相关证券市场代表性指数的涨跌幅作为基准。其中：A股市场以沪深300指数为基准，新三板市场以三板成指（针对协议转让标的）或三板做市指数（针对做市转让标的）为基准；香港市场以摩根士丹利中国指数为基准；美国市场以纳斯达克综合指数或标普500指数为基准；韩国市场以科斯达克指数或韩国综合股价指数为基准。	股票评级	买入	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅20%以上
		增持	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅介于5%~20%之间
		持有	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅介于-10%~5%之间
		卖出	相对同期相关证券市场代表性指数跌幅10%以上
	行业评级	强于大市	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅10%以上
		中性	相对同期相关证券市场代表性指数涨幅介于-10%~10%之间
		弱于大市	相对同期相关证券市场代表性指数跌幅10%以上

其他声明

本研究报告由中信证券股份有限公司或其附属机构制作。中信证券股份有限公司及其全球的附属机构、分支机构及联营机构（仅就本研究报告免责条款而言，不含CLSA group of companies），统称为“中信证券”。

法律主体声明

本研究报告在中华人民共和国（香港、澳门、台湾除外）由中信证券股份有限公司（受中国证券监督管理委员会监管，经营证券业务许可证编号：Z20374000）分发。本研究报告由下列机构代表中信证券在相应地区分发：在中国香港由CLSA Limited分发；在中国台湾由CL Securities Taiwan Co., Ltd.分发；在澳大利亚由CLSA Australia Pty Ltd.分发；在美国由CLSA group of companies（CLSA Americas, LLC（下称“CLSA Americas”）除外）分发；在新加坡由CLSA Singapore Pte Ltd.（公司注册编号：198703750W）分发；在欧盟与英国由CLSA Europe BV或CLSA（UK）分发；在印度由CLSA India Private Limited分发（地址：孟买（400021）Nariman Point的Dalal House 8层；电话号码：+91-22-66505050；传真号码：+91-22-22840271；公司识别号：U67120MH1994PLC083118；印度证券交易委员会注册编号：作为证券经纪商的INZ000001735，作为商人银行的INM000010619，作为研究分析商的INH000001113）；在印度尼西亚由PT CLSA Sekuritas Indonesia分发；在日本由CLSA Securities Japan Co., Ltd.分发；在韩国由CLSA Securities Korea Ltd.分发；在马来西亚由CLSA Securities Malaysia Sdn Bhd分发；在菲律宾由CLSA Philippines Inc.（菲律宾证券交易所及证券投资者保护基金会）分发；在泰国由CLSA Securities (Thailand) Limited分发。

针对不同司法管辖区的声明

中国：根据中国证券监督管理委员会核发的经营证券业务许可，中信证券股份有限公司的经营经营范围包括证券投资咨询业务。

美国：本研究报告由中信证券制作。本研究报告在美国由CLSA group of companies（CLSA Americas除外）仅向符合美国《1934年证券交易法》下15a-6规则定义且CLSA Americas提供服务的“主要美国机构投资者”分发。对身在美国的任何人士发送本研究报告将不被视为对本报告中所评论的证券进行交易的建议或对本报告中所载任何观点的背书。任何从中信证券与CLSA group of companies获得本研究报告的接收者如果希望在美国交易本报告中提及的任何证券应当联系CLSA Americas。

新加坡：本研究报告在新加坡由CLSA Singapore Pte Ltd.（资本市场经营许可持有人及受豁免的财务顾问），仅向新加坡《证券及期货法》s.4A（1）定义下的“机构投资者、认可投资者及专业投资者”分发。根据新加坡《财务顾问法》下《财务顾问（修正）规例（2005）》中关于机构投资者、认可投资者、专业投资者及海外投资者的第33、34及35条的规定，《财务顾问法》第25、27及36条不适用于CLSA Singapore Pte Ltd.。如对本报告存有疑问，还请联系CLSA Singapore Pte Ltd.（电话：+65 6416 7888）。MCI (P) 086/12/2019。

加拿大：本研究报告由中信证券制作。对身在加拿大的任何人士发送本研究报告将不被视为对本报告中所评论的证券进行交易的建议或对本报告中所载任何观点的背书。

欧盟与英国：本研究报告在欧盟与英国归属于营销文件，其不是按照旨在提升研究报告独立性的法律要件而撰写，亦不受任何禁止在投资研究报告发布前进行交易的限制。本研究报告在欧盟与英国由CLSA（UK）或CLSA Europe BV发布。CLSA（UK）由（英国）金融行为管理局授权并接受其管理，CLSA Europe BV由荷兰金融市场管理局授权并接受其管理，本研究报告针对由相应本地监管规定所界定的在投资方面具有专业经验的人士，且涉及到的任何投资活动仅针对此类人士。若您不具备投资的专业经验，请勿依赖本研究报告。对于由英国分析员编纂的研究资料，其由CLSA（UK）与CLSA Europe BV制作并发布。就英国的金融行业准则与欧洲其他辖区的《金融工具市场指令II》，本研究报告被制作并意图作为实质性研究资料。

一般性声明

本研究报告对于收件人而言属高度机密，只有收件人才能使用。本研究报告并非意图发送、发布给在当地法律或监管规则下不允许向其发送、发布该研究报告的人员。本研究报告仅为参考之用，在任何地区均不应被视为买卖任何证券、金融工具的要约或要约邀请。中信证券并不因收件人收到本报告而视其为中信证券的客户。本报告所包含的观点及建议并未考虑个别客户的特殊状况、目标或需要，不应被视为对特定客户关于特定证券或金融工具的建议或策略。对于本报告中提及的任何证券或金融工具，本报告的收件人须保持自身的独立判断。

本报告所载资料的来源被认为是可靠的，但中信证券不保证其准确性或完整性。中信证券并不对使用本报告所包含的材料产生的任何直接或间接损失或与此有关的其他损失承担任何责任。本报告提及的任何证券或金融工具均可能含有重大的风险，可能不易变卖以及不适合所有投资者。本报告所提及的证券或金融工具的价格、价值及收益可能会受汇率影响而波动。过往的业绩并不能代表未来的表现。

本报告所载的资料、观点及预测均反映了中信证券在最初发布该报告日期当日分析师的判断，可以在不发出通知的情况下做出更改，亦可因使用不同假设和标准、采用不同观点和分析方法而与中信证券其它业务部门、单位或附属机构在制作类似的其他材料时所给出的意见不同或者相反。中信证券并不承担提示本报告的收件人注意该等材料的责任。中信证券通过信息隔离墙控制中信证券内部一个或多个领域的信息向中信证券其他领域、单位、集团及其他附属机构的流动。负责撰写本报告的分析师的薪酬由研究部门管理层和中信证券高级管理层全权决定。分析师的薪酬不是基于中信证券投资银行收入而定，但是，分析师的薪酬可能与投行整体收入有关，其中包括投资银行、销售与交易业务。

若中信证券以外的金融机构发送本报告，则由该金融机构为此发送行为承担全部责任。该机构的客户应联系该机构以交易本报告中提及的证券或要求获悉更详细信息。本报告不构成中信证券向发送本报告金融机构之客户提供的投资建议，中信证券以及中信证券的各个高级职员、董事和员工亦不为（前述金融机构之客户）因使用本报告或报告载明的内容产生的直接或间接损失承担任何责任。

未经中信证券事先书面授权，任何人不得以任何目的复制、发送或销售本报告。

中信证券 2020 版权所有。保留一切权利。